



Mathématiques

Rentrée 2024

Lycée Le Corbusier Poissy

PRÉPARER ET RÉUSSIR SON ENTRÉE EN TERMINALE GÉNÉRALE

La clef de la réussite, c'est bien sûr un travail régulier et approfondi tout au long de l'année ... mais on ne peut construire que sur des bases solides.

Pour vous aider à bien démarrer votre année, voici un recueil d'exercices mêlant remise à niveau et approfondissement.

Profitez de la dernière semaine d'août pour revoir les notions essentielles et être sur un bon rythme dès la reprise ! Voici un planning possible :

Lundi 26/08 :	<i>Exercice 1 (fonctions)</i>
Mardi 27/08 :	<i>Exercice 2 (suites) et Exercice 4 (probabilités)</i>
Mercredi 28/08 :	<i>Exercice 3 (fonctions) et Exercice 5 (suites)</i>
Jeudi 29/08 :	<i>Exercice 6 (probabilités) et Exercice 7 (fonctions)</i>
Vendredi 30/08 :	<i>Exercices 1 à 5 du livret « compléments »</i>
Samedi 31/08 :	<i>Exercices 1 à 3 (exponentielle) du livret « compléments »</i>

Les corrections sont disponibles en envoyant un mail à l'adresse coincorbusier@gmail.com

Nous vous conseillons de vérifier chaque jour vos réponses.

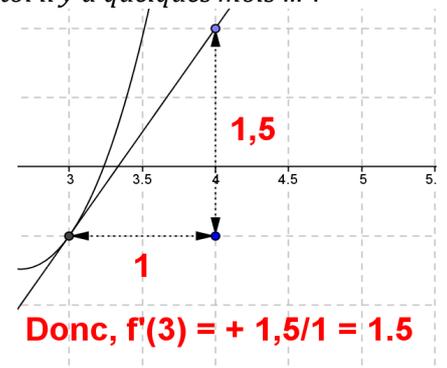
Au plaisir de vous découvrir/revoir à la rentrée, mais avant cela, nous vous souhaitons de passer d'agréables vacances !

Exercice 1 :

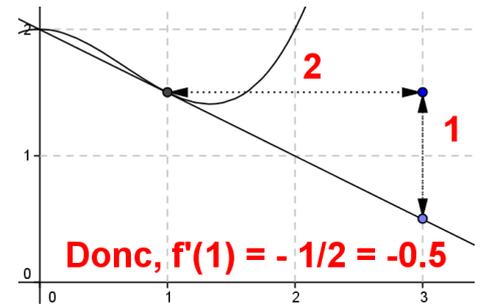
Avant de commencer, tu as besoin de revoir le nombre dérivé ? Souviens-toi il y a quelques mois ... :

Nombre dérivé $f'(a)$
 c'est quoi ?
 le COEFFICIENT DIRECTEUR (= la PENTE) de la TANGENTE en A (d'abscisse a)

Tangente
 c'est quoi ?
 une DROITE qui donne l'ALLURE d'une courbe AUTOUR D'UN POINT de la courbe

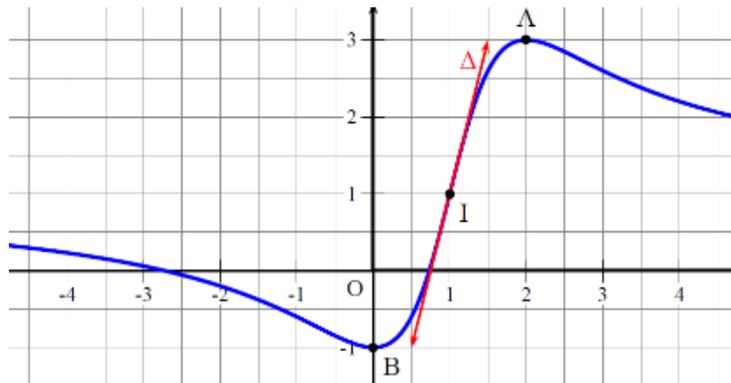


$f'(x_A) = - \frac{\text{vertical}}{\text{horizontal}}$ (car $(T_A) \searrow$)
 $f'(x_B) = 0$ (car (T_B) horizontale)
 $f'(x_C) = + \frac{\text{vertical}}{\text{horizontal}}$ (car $(T_C) \nearrow$)



Partie A: Etude graphique

On considère la fonction f définie et dérivable pour tout réel x dont la courbe C_f est :



La courbe passe par les points $A(2 ; 3)$, $B(0 ; -1)$ et $I(1 ; 1)$. Elle admet également en A et B des tangentes parallèles à l'axe des abscisses. On répondra avec la précision permise par le graphique.

- 1) Donner la valeur de $f'(1)$.
- 2) Quelles sont les solutions de l'équation $f'(x) = 0$? Expliquer brièvement.
- 3) Jérémy affirme que $f'(3) > 0$. A-t-il raison ? Justifier.
- 4) Construire sur $[-4 ; 4]$ le tableau de signes de sa dérivée f' .

Partie B: Etude algébrique

On admet à présent que $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 2x + 2}$.

- 1) Justifier que f est bien définie sur \mathbb{R} .
- 2) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = \frac{4x(-x+2)}{(x^2-2x+2)^2}$. En déduire les variations de f .
- 3) Déterminer l'équation réduite de Δ , la tangente à C_f au point I .

Exercice 2 :

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en septembre 2014.

On admet que chaque année, 80% des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du service est de 190 élèves maximum.

On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en septembre de l'année $2014 + n$, avec n un nombre entier naturel.

- 1) Décrire par une phrase ce que représente u_0 puis donner sa valeur.
- 2) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en septembre 2015.
- 3) Justifier que pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 0,8u_n + 40$.
- 4) On donne l'algorithme suivant :

```
n = 0
u = 150
while u <= 190 :
    u = 0.8u+40
    n = n+1
print (2014 + n)
```

- a. Recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. *Arrondir les résultats au centième.*

Valeur de n	0	1	2	...
Valeur de u	150			
Condition $u \leq 190$	VRAIE			

- b. En déduire l'affichage obtenu en sortie de l'algorithme et interpréter ce résultat.
- 5) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = 200 - u_n$.
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
 - b. Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_n = 200 - 50 \times 0,8^n$.
 - c. Justifier que la capacité d'accueil du service sera bien dépassée en 2022.

Exercice 3 :

On définit la fonction g sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

On admet que g est dérivable sur \mathbb{R} et on note g' sa fonction dérivée.

- 1) Etudier les variations de g .
- 2) Calculer $g(-1)$.
- 3) Justifier alors le tableau de signes de g sur \mathbb{R} .

Exercice 4 :

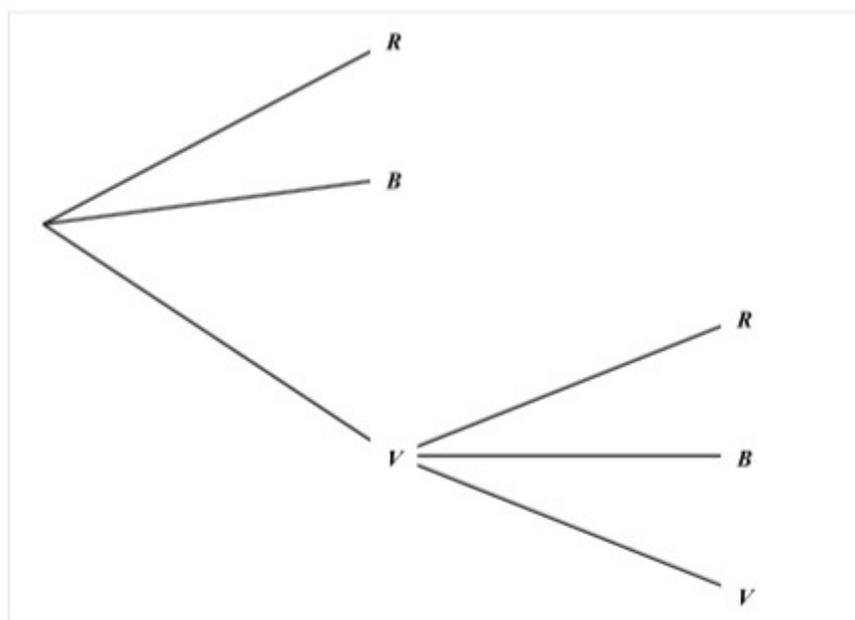
Une roue de loterie se compose de plusieurs secteurs identiques : 3 secteurs rouges, 4 secteurs blancs et 7 secteurs verts.

Un joueur fait tourner la roue devant un repère fixe ; chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant ce repère.

- Si le secteur est rouge, le joueur gagne 16 €.
- Si le secteur est blanc, le joueur perd 12 €.
- Si le secteur est vert, il lance une seconde fois la roue :
 - Si le secteur repéré est rouge, il gagne 8 €.
 - S'il est blanc, il gagne 2 €.
 - S'il est vert, il ne gagne rien et ne perd rien.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain algébrique du joueur.

1. Compléter l'arbre ci-dessous



2. Quelles sont les valeurs prises par X ?
3. Déterminer la loi de probabilité de X
4. Calculer $E(X)$. Interpréter le résultat.

Exercice 5 :

Partie A

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 0,2$.

- 1) Calculer u_{18} puis u_{50} .
- 2) Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_{18}$, c'est-à-dire la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n)
- 3) Recopier et compléter les trois parties en pointillé de l'algorithme suivant permettant de déterminer le plus petit entier n tel que la somme des $n + 1$ premiers termes de la suite u dépasse 100 000.

```
U ← 0,2
S ← 0,2
N ← 0

Tant que .....
    U ← .....
    S ← .....
    N ← N + 1

Fin tant que
Afficher N
```

Partie B

Claude a donné 20 centimes d'euros (soit 0,20 €) à son petit-enfant Camille pour sa naissance. Ensuite, Claude a doublé le montant offert d'une année sur l'autre pour chaque anniversaire jusqu'aux 18 ans de Camille.

La somme totale versée par Claude à Camille permet-elle de payer un appartement à Angers d'une valeur de 100 000 € ?

Exercice 6 :

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que 40 % des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30 % des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24 % des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.

On notera C l'évènement « *Le client souhaite une "couleur-soin."* ».

On notera E l'évènement « *Le client souhaite un "effet coup de soleil."* ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\bar{C}}(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.
4. Les évènements C et E sont-ils indépendants ?

Exercice 7 :

Une entreprise pharmaceutique fabrique un soin antipelliculaire. Elle peut produire entre 200 et 2 000 litres de produit par semaine. Le résultat, en dizaines de milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de litres est donné par la fonction R définie par :

$$R(x) = (5x - 30)e^{-0,25x}, \text{ pour tout réel } x \in [2; 20]$$

- 1) Calculer le résultat réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litres de produit. On l'arrondira à l'euro près.
- 2) Vérifier que pour la fabrication et la vente de 400 litres de produit, l'entreprise réalise un résultat négatif (appelé déficit).
- 3) Résoudre l'inéquation $R(x) \geq 0$, d'inconnue x . Interpréter dans le contexte de l'exercice.
- 4) On note R' la dérivée de la fonction R .

Un logiciel de calcul formel donne : $R'(x) = (-1,25x + 12,5)e^{-0,25x}$.

En déduire la quantité de produit que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser le résultat maximal.