Mathématiques

Rentrée 2024

Lycée Le Corbusier Poissy

PREPARER ET REUSSIR SON ENTREE EN SECONDE.

La clef de la réussite, c'est bien sûr un travail régulier et approfondi tout au long de l'année … mais on ne peut construire que sur des bases solides.

Profitez de la dernière quinzaine d'août pour revoir les notions essentielles et être sur un bon rythme dès la reprise !
Effectuer ce petit travail vous permettra avant tout de démarrer l'année avec sérénité !

Ce livret contient :
→ Quelques rappels sur des bases essentielles de calculs
→ Des entraînements (appelés « automatismes »)

Important à noter

Chaque élève effectuera une évaluation des compétences dès la première semaine de cours.
(date à fixer ultérieurement)

PAS DE PANIQUE ! **PAS DE PRESSION !**

Cette évaluation portera sur les éléments de ce livret.
La note attribuée ne comptera QUE si elle augmente la moyenne du 1er trimestre de l'élève.
Il s'agit avant tout de vous découvrir rapidement, afin de vous aider au mieux et au plus vite...
Ce devoir ne vous pénalisera pas !

Cette évaluation s'effectuera sous la forme d'une série d'automatismes, comme celles présentes dans les entraînements de ce livret, à savoir « 20 questions – 20 minutes – SANS calculatrice ».

Les corrections des exercices/automatismes sont disponibles en envoyant un mail à l'adresse :
coincorbusier@gmail.com

Au plaisir de vous découvrir à la rentrée, mais avant cela, nous vous souhaitons de passer d'agréables vacances !

I. Calculs et Opérations

1. Opérations et priorités.

Les règles de priorité de calculs sont :
1. les calculs entre parenthèses.
2. les puissances et racines carrées.
3. les produits et quotients.
4. les sommes et différences

$2 - 3 \times (5 - 3)^2 + 7$
$= 2 - 3 \times 2^2 + 7$
$= 2 - 3 \times 4 + 7$
$= 2 - 12 + 7 = -3$

/!\ Les parenthèses ont un rôle :
- $100 - 10 + 5 = 95$ mais $100 - (10 + 5) = 100 - 15 = 85$
- $-3 + 5 = 2$ mais $-(3 + 5) = -8$

Exercice. Calculer les nombres suivants :

a. $2 - 4 \times (6 \div 2)^2 + 7$ b. $-2 \times (-3)^2 + 4 \times (-3) + 2$ c. $\dfrac{2\times(3-5)}{2+4\div 2}$

2. Reconnaître une somme ou un produit.

Pour savoir si une expression est une somme ou un produit, on regarde la dernière opération à effectuer :
- si cette dernière opération est une addition/soustraction, l'expression est une somme (de termes).
- si cette dernière opération est une multiplication, l'expression est un produit (de facteurs).

$2 - 3 \times 4$ est une somme (on termine avec la soustraction) $(2 + 3) \times 4$ est un produit (on termine avec la multiplication)
$3x + 3 \times 5$ est une somme (on termine avec l'addition) $(3x + 3) \times 5$ est un produit (on termine avec la multiplication)

Exercice. Parmi les expressions suivantes, trouver les sommes et les produits :

a. $(3 + 2) \times 5$ b. $(2x + 5)(x - 3)$ c. $5x \times 12 + 2 \times 7$ d. $4 - x \times (3x + 1)$

3. Savoir ce qu'est une puissance.

Soit a un nombre et n un entier positif non nul. Le nombre « a puissance n » noté a^n vaut :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \qquad \text{(le facteur est écrit } n \text{ fois)}$$

Ainsi on a : $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^2 = a \times a$ $a^3 = a \times a \times a$ etc…

Exemple : $5^2 = 5 \times 5 = 25$ $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

Exercice. Calculer les puissances suivantes :

a. 3^2 b. $(-1)^4$ c. $(-4)^2$ d. -4^2

4. Savoir ce qu'est une racine carrée.

La racine carrée d'un nombre **positif** a, notée $\sqrt{a}$, est le seul nombre positif dont le carré vaut a.

Ainsi on a : $\left(\sqrt{\boldsymbol{a}}\right)^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{a}$

Exemple : Comme $5^2 = 25$, alors le carré de 5 vaut 25, ainsi $\sqrt{25} = 5$. De même :

$\sqrt{9} = 3$ (car $3^2 = 9$) $\sqrt{121} = 11$ (car $11^2 = 121$) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ (définition)

Exercice. Calculer les racines carrées suivantes :

a. $\sqrt{1}$ b. $\sqrt{16}$ c. $\sqrt{100}$. d. $\left(\sqrt{10}\right)^2$ e. $\sqrt{0}$

II. Savoir manipuler les fractions.

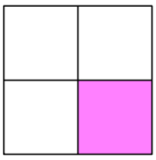
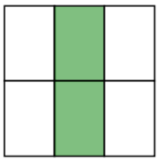
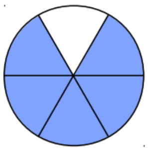
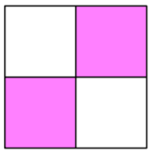
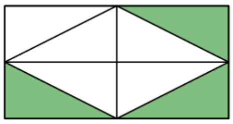
1. Faire le lien entre fraction et partage.

Exemple : le rectangle ci-contre est partagé en 5 parts égales. 

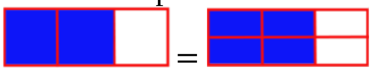
La proportion du rectangle coloriée est égale à $\frac{3}{5}$

- le numérateur indique le nombre de parts bleues.
- le dénominateur indique le nombre total de parts.

Exercice. Pour chaque figure, indique la fraction de la surface totale qui est coloriée.

a. 
b. 
c. 
d. 
e. 

Remarque : Deux fractions sont **égales** si elles représentent la même proportion :



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

On peut passer de l'une à l'autre en **multipliant** le numérateur et le dénominateur **par un même nombre**.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

2. Savoir calculer avec des fractions.

Simplifier une fraction : On décompose en produit de facteurs le **numérateur** et le **dénominateur** puis on simplifie les **facteurs communs**.

Exemple : $\frac{14}{21} = \frac{7\times2}{7\times3} = \frac{2}{3}$ $\qquad \frac{36}{45} = \frac{4\times9}{5\times9} = \frac{4}{5}$

Exercice. Simplifier les fractions : a. $\frac{84}{20}$ b. $\frac{48}{32}$ c. $\frac{65}{15}$

Addition de fractions : Pour tous nombres a, c et d avec d non nul, $\frac{a}{d} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{d}$

Exemple :

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{1+4}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2\times5}{3\times5} - \frac{1\times3}{5\times3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$$

On met les fractions sur un même dénominateur

$$2 + \frac{1}{3} = \frac{2}{1} + \frac{1}{3} = \frac{2\times3}{1\times3} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Exercice. Calculer les sommes suivantes et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée.

a. $\frac{4}{5} - \frac{7}{5}$ b. $\frac{-3}{7} + \frac{4}{21}$ c. $7 + \frac{2}{5}$

Multiplication de fractions : Pour tous nombres a, b c et d avec c et d non nuls, $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$

Exemple : **a.** $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2\times1}{3\times4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ **b.** $3 \times \frac{4}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{3\times4}{1\times5} = \frac{12}{5}$

Exercice. Calculer les produits suivants et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée.

a. $\frac{4}{5} \times \frac{7}{5}$ b. $-\frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$ c. $7 \times \frac{2}{5}$

III. Réduire et développer une expression algébrique.

1. Réduire une expression algébrique.

<u>**Réduire**</u> une expression, c'est simplifier son écriture :
- en simplifiant l'écriture des multiplications.
- en regroupant et en additionnant les termes de même nature.

<u>Réduire un produit :</u>
- $\boldsymbol{2x} \times \boldsymbol{3x} = 2 \times x \times 3 \times x$
$= 2 \times 3 \times x \times x = 6x^2$
- $\boldsymbol{3x^2} \times (\boldsymbol{-5}) = 3 \times (-5) \times x^2 = -15x^2$

<u>Réduire une somme :</u>
- $\boldsymbol{3x} + \boldsymbol{5x} = 8x$
- $3x^2 + 9 + 3x - 5x - 2x^2 - 4$
$= 3x^2 - 2x^2 + 3x - 5x + 9 - 4$
$= x^2 - 2x + 5$

Exercice. Réduire les expressions suivantes :

a. $A(x) = 5x \times (-2x)$ b. $B(x) = -5x^2 + 7x + 1 + 3x^2 - 3x$

c. $C(x) = 11x - 9 + 5 - 7x$ d. $D(x) = 3x \times (-x) \times 2x$

2. Développer une expression algébrique.

<u>**Développer**</u> un produit signifie le transformer en une **somme**.

Pour tout nombres k, a et b : $k(a + b) = ka + kb$

Exemple : $6 \times (2x + 3)$
$= 6 \times 2x + 6 \times 3$
$= 12x + 18$

$3x(2 - 6x)$
$= 3x \times 2 - 3x \times 6x$
$= 6x - 18x^2$

$-(4 - 2x)$
$= (-1) \times (4 - 2x)$
$= -4 + 2x$

Exercice. Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $A(x) = x(6x + 1)$ b. $B(x) = 5(6 - x)$ c. $C(x) = 4x + 2x(x - 5)$

d. $D(x) = -5x(3x - 7)$ e. $E(x) = 5 - (x^2 + x - 1)$ f. $F(x) = 2(x^2 + 1) - x(2x + 5)$

Attention aux signes dans les questions d. e. et f. (voir 3ème exemple)

<u>**Double distributivité :**</u> Pour tout nombres a, b, c et d on a :$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(c + d) = \boldsymbol{a}c + \boldsymbol{a}d + \boldsymbol{b}c + \boldsymbol{b}d$

Exemple : $(\boldsymbol{7x} - \boldsymbol{3})(x + 2) = \boldsymbol{7x} \times x + \boldsymbol{7x} \times 2 + (\boldsymbol{-3}) \times x + (\boldsymbol{-3}) \times 2 = 7x^2 + 14x - 3x - 6$
$= 7x^2 + 11x - 6$

Exercice. Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $A(x) = (x + 1)(2x + 4)$ b. $B(x) = (x - 3)(6 - x)$ c. $C(x) = (2x - 1)(9x + 1)$

IV. Résoudre une équation.

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est **déterminer toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité.**

$+2$	$8x - 2 = 3$	*On ajoute 2 aux deux membres de l'égalité.*
$+2$	$8x = 3 + 2$	*On réduit.*
$\div 8$	$8x = 5$	*On divise par 8 pour isoler l'inconnue x.*
$\div 8$	$\boldsymbol{x = \frac{5}{8}}$	*La solution de l'équation est $\frac{5}{8}$.*

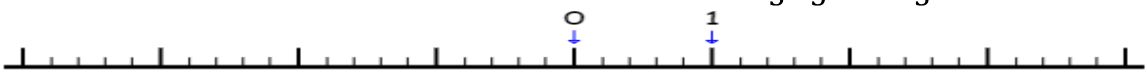
Exercice. Résoudre les équations suivantes :

a. $3x - 1 = 7$ b. $4x + 2 = 12$ c. $10x + 4 = 0$ d. $3 - 4x = 8$

V. Se repérer sur une droite graduée ou dans un plan.

1. Sur une droite graduée.

Exercice. Placer les points A, B, C et D d'abscisses respectives -2, $\frac{1}{5}$, $\frac{6}{5}$ et $-\frac{8}{5}$.

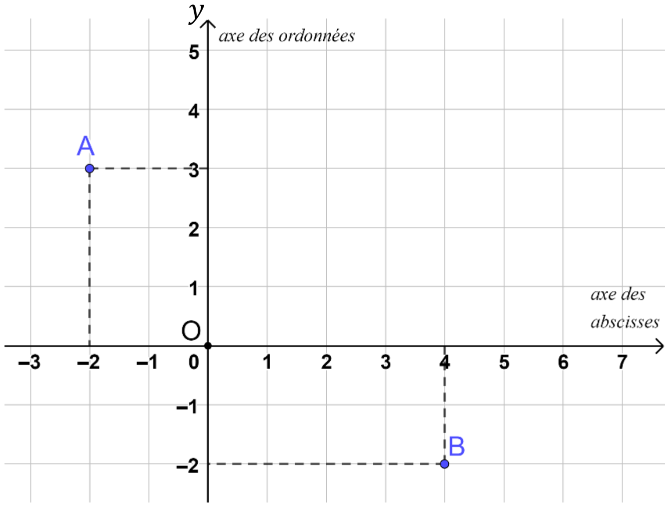


2. Dans le plan.

Dans un plan muni d'un repère, tout point M du plan est repéré par un couple de coordonnées $(x\,;y)$.
x est l'abscisse et y est l'ordonnée du point M.

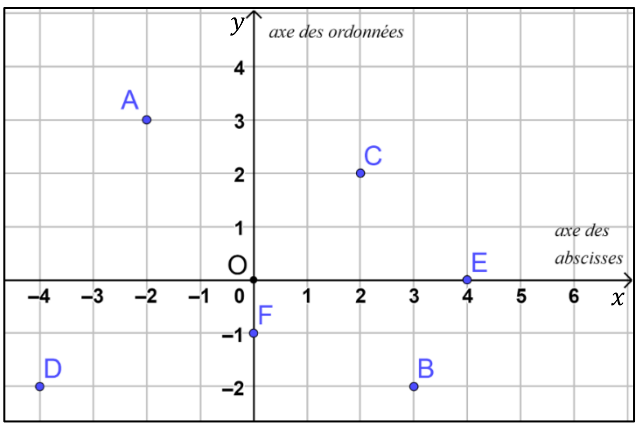
Exemple :
L'abscisse du point A vaut -2.
L'ordonnée du point A vaut 3.
Le point A a pour coordonnées $(-2\,;3)$

L'abscisse du point B vaut 4.
L'ordonnée du point B vaut -2.
Le point B a pour coordonnées $B(4\,;-2)$



Exercice.
1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E et F.

2.
Placer G, le point d'abscisse 4 et d'ordonnée -1.
Placer H, le point d'abscisse nulle et d'ordonnée 2.
Placer I, le point d'abscisse -2 et d'ordonnée nulle.



VI. Avoir des bases sur les fonctions.

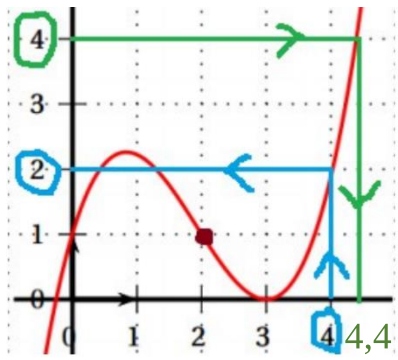
1. Généralités

La fonction f est représentée graphiquement par la courbe rouge.

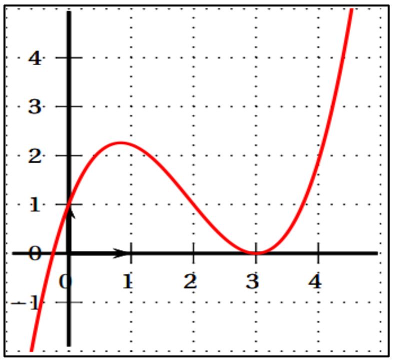
Le point de coordonnées $(2\,;1)$ appartient à la courbe.
On a donc $f(2) = 1$.

- L'image de 2 par la fonction f est 1
- 2 est un antécédent de 1 par f.

Exemple :
L'image de 4 par f est égale à 2.
4 a un antécédent par f environ égal à 4,4.



Exercice. On a représenté la fonction f ci-contre.



1. Compléter :
   - L'image de 3 par la fonction f est : …
   - $f(0) =$……

2. Compléter :
   - Le nombre d'antécédents de 2 par f est : ……

Exercice. Le tableau suivant donne des renseignements sur une fonction f :

x	-9	-6		1	2	4	8	9
$g(x)$	0		-6		8	-9		8

Lecture du tableau de valeurs :
L'image de -9 est 0
2 et 9 sont des antécédents de 8
$g(4) = -9$

Compléter le tableau sachant que :
a. 1 a pour image 8 par la fonction g.
b. $g(-6) = 1$
c. L'image de 8 par la fonction g est 5.
d. Un antécédent de -6 par la fonction g est -3.

2. Cas des fonctions affines.

Une **fonction affine** est une fonction de la forme $f(x) = mx + p$. Elle est représentée par une **droite**.

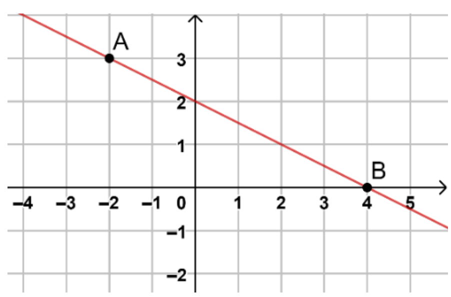
Exemple : Tracer la droite représentative de la fonction affine définie par $f(x) = -0{,}5x + 2$.

- Calculons l'image de deux abscisses choisies, par exemple -2 et 4 :

$f(\mathbf{-2}) = -0.5 \times (-2) + 2 = 1 + 2 = \mathbf{3}$
$f(\mathbf{4}) = -0.5 \times 4 + 2 = -2 + 2 = \mathbf{0}$

- La droite passe donc par les points $\boldsymbol{A}(\mathbf{-2}\,;\mathbf{3})$ $\boldsymbol{B}(\mathbf{4}\,;\ \mathbf{0})$

- On relie les points $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ pour tracer la droite.



Exercice. Soit $f(x) = 2x - 7$ et $g(x) = 4 - 5x$.
1. Justifier que les fonctions f et g sont chacune représentées par une droite.
2. Calculer $f(2)$ et $f(-1)$ puis tracer la droite représentative de la fonction f.
3. Représenter de même la fonction g dans le même repère.
4. Pour aller plus loin : Résoudre $f(x) = g(x)$ puis interpréter la solution obtenue à l'aide des droites.