Exercice 1 :

Selon les autorités d'un pays, 7% des habitants sont affectés par une certaine maladie.
Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie. Ce test a les caractéristiques suivantes :

→ Pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20% des cas ;
→ Pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1% des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.
On considère les événements suivants :

M : « la personne est malade » ;
T : « le test positif ».

1. Calculer la probabilité de l'événement $M \cap T$, et interpréter le résultat obtenu.

2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif est de 0,0653.

3. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x(3-x)$.

1. Résoudre dans $[0\ ;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$, et donner un encadrement de $f(x)$ sur $[0\ ;\ 1]$.

Exercice 3 :

Un commerçant constate que parmi les clients qui achètent un melon une semaine donnée, 90% d'entre eux lui achètent aussi un melon la semaine suivante. De plus, parmi les clients qui n'achètent pas de melon une semaine donnée, 60% ne lui en achètent pas non plus la semaine suivante.
On choisit au hasard un client ayant acheté un melon au cours de la 1ère semaine, et pour tout entier $n > 0$, on note M_n l'événement « le client achète un melon au cours de la semaine n », et p_n la probabilité de M_n.
Ainsi, $p_1 = 1$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = 0{,}5\, p_n + 0{,}4$.

2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = p_n - 0{,}8$.

   a. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Déterminer la proportion de clients achetant un melon la 15-ième semaine.

Exercice 4 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]-\frac{1}{3}\ ;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-4x}{1+3x}$.

Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\frac{1}{3}\ ;+\infty[$.

Exercice 5 :

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n - n + 1$.

1. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq \frac{n}{2}$.
Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

2. On considère la suite (v_n) , définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 0{,}5n + 0{,}25$.
   a. Prouver que (v_n) est une suite géométrique.
   b. Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel n .
   b. En déduire, pour tout naturel n , la formule explicite de (u_n) .

Exercice 1 (exponentielle) :

Simplifier les expressions : ***a.*** $\dfrac{\left(e^{3x}\right)^2 \times e^{-x}}{e^{5-2x}}$ = ...

b. $\dfrac{e^6 + e^{2x}}{e^2}$ = ...

Exercice 2 (exponentielle) :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ex - e^x - 1$.

1. La fonction g admet-elle un minimum local ou maximum local ?
Justifier, et si oui, préciser si ce minimum ou ce maximum est aussi global.

2. En expliquant, déterminer le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de la fonction g .

Exercice 3 (exponentielle) :

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2e^x + 6 - \dfrac{8}{e^x}$, et on note C_h sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. ***a.*** Prouver que h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
   b. Montrer que la courbe C_h passe par l'origine du repère.
   c. En expliquant, déduire des deux questions précédentes le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de h .

Soit à présent la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (e^x + 6)e^x - 8x$.

2. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$, puis prouver que pour tout réel x : $f'(x) = e^x \times h(x)$.
En déduire le tableau de variations de f , qu'on complètera le plus possible.